


АНО ВО «МОСКОВСКИЙ ГУМАНИТАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
 Н. А. Михайличенко
«22» июня 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

Б1.Б.8

Направление подготовки – 38.03.01 «Экономика»

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

**Форма обучения – очная, очно-заочная (профиль «Финансы и кредит»),
заочная**

Кафедра прикладной информатики

Москва 2020

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена в соответствии с требованиями ФГОС по направлению подготовки 38.03.01 – «Экономика» и рабочими учебными планами, утвержденным ректором АНО ВО «Московский гуманитарный университет».

Автор: Чернов В.Н. – к.т.н., доцент, доцент кафедры прикладной информатики АНО ВО «Московский гуманитарный университет»

Эксперты: Никифоров М.Г.. – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры прикладной информатики АНО ВО «Московский гуманитарный университет»

Выжигин А.Ю. – к.т.н., доцент, заведующий кафедрой социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин Института права и национальной безопасности РАН-ХиГС

ОБСУЖДЕНО

на заседании кафедры прикладной информатики
«04» мая 2020 г., протокол № 8.

ОДОБРЕНО

Методической комиссией факультета экономики, управления и международных отношений
« 10 » июня 2020 г., протокол № 4.

1. Цели и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование у обучающихся представлений о месте и роли одного из важных разделов математики в современном мире, повышение уровня фундаментальной подготовки, ориентация студентов на использование методов теории вероятностей и математической статистики при решении прикладных задач.

Основными задачами дисциплины являются:

1. Получение студентами теоретических знаний и практических навыков в области применения теории вероятностей и математической статистики для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности.
2. Развитие у студентов аналитического мышления, склонности к творчеству.
3. Формирование исследовательского мировоззрения.

2. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» – относится к базовой части дисциплин учебного плана ОПОП бакалавриата по направлению подготовки 38.03.01 – «Экономика».

Дисциплина читается на 2-м курсе. Дисциплине предшествует изучение дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра» и «Информатика». Материал дисциплины служит основой для изучения других дисциплин профессионального цикла: «Эконометрика» и «Статистика».

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В данном разделе содержится описание перечня планируемых результатов обучения по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы по направлению подготовки 38.03.01 – «Экономика» и профилю подготовки «Финансы и кредит».

Процесс изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» направлен на формирование следующих общепрофессиональных компетенций (ОПК):

- ОПК–2 – способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач;
- ОПК – 3 – способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

– основы теории вероятностей и математической статистики в объеме, достаточном для решения задач в профессиональной сфере;

уметь:

- использовать математический аппарат и методы теории вероятностей и математической статистики для решения финансово-экономических задач;
 - применять методы теории вероятностей и математической статистики для теоретического и экспериментального исследования, оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;
 - производить оценку качества полученных решений;
- владеть:
- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;
 - технологиями обработки математико-статистических данных с помощью прикладных программных средств.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

4.1. Структура дисциплины

Таблица 4.1

очная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Трудоемкость по семестрам	
		3 семестр	4 семестр
		72 час.	108 час.
Аудиторные занятия (всего)	90	36	54
Занятия лекционного типа	40	16	24
Занятия семинарского типа (практич., семин.)	50	20	30
Самостоятельная работа (всего)	62,75	35,75	27
Промежуточная аттестация	27,25	0,25	27¹
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		Зачет	Экзамен

Таблица 4.2

очно-заочная форма обучения (профиль «Финансы и кредит»)

Вид учебной работы	Всего часов	Трудоемкость по семестрам
		4 семестр
		180 час.
Аудиторные занятия (всего)	54	54
Занятия лекционного типа	18	18
Занятия семинарского типа (практич., семин.)	36	36
Самостоятельная работа (всего)	99	99
Промежуточная аттестация	27	27¹
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		Экзамен

¹ Включает 24,65 час. на подготовку к промежуточной аттестации, проводимой в форме экзамена и 2,35 час. контактной работы на промежуточную аттестацию.

Таблица 4.3

заочная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Трудоемкость по семестрам
		4 семестр
		180 час.
Аудиторные занятия (всего)	24	24
Занятия лекционного типа	12	12
Занятия семинарского типа (практич., семин.)	12	12
Самостоятельная работа (всего)	129	129
Промежуточная аттестация	27	27¹
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		Экзамен

4.2. Учебно-тематический план дисциплины

Таблица 4.4

очная форма обучения

Номер раздела	Наименование раздела/темы	Часов по учебной (рабочей) программе					Отрабатываемые компетенции
		Всего в уч. плане	Аудиторная работа			Самостоятельная работа студента	
			Всего	в том числе			
				Лекции	Практич. занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Тема 1. Элементы теории множеств и комбинаторики	9	4	2	2	5	ОПК- 2
2	Тема 2. Основные понятия теории вероятностей и правила вычисления вероятностей	22	12	4	8	10	ОПК- 2
3	Тема 3. Законы распределения дискретных случайных величин	16	8	4	4	8	ОПК- 3
4	Тема 4. Законы распределения непрерывных случайных величин	16	8	4	4	8	ОПК- 3
5	Тема 5. Основные сведения о многомерных случайных величинах	8,75	4	2	2	4,75	ОПК- 2
	Промежуточная аттестация	0,25					
Итого за 3-й семестр		72	36	16	20	35,75	

¹ Включает 24,65 час. на подготовку к промежуточной аттестации, проводимой в форме экзамена и 2,35 час. контактной работы на промежуточную аттестацию.

6	Тема 6. Понятие закона больших чисел	9	6	2	4	3	ОПК- 3
7	Тема 7. Элементы теории случайных процессов	7	4	2	2	3	ОПК- 2
8	Тема 8. Вариационные ряды	7	4	2	2	3	ОПК- 3
9	Тема 9. Общие сведения о выборочном методе	9	4	2	2	5	ОПК- 3
10	Тема 10. Интервальное оценивание параметров распределений	10	8	4	4	2	ОПК- 3
11	Тема 11. Проверка статистических гипотез	11	8	4	4	3	ОПК- 3
12	Тема 12. Корреляционный анализ	11	8	4	4	3	ОПК- 3
13	Тема 13. Регрессионный анализ	17	12	4	8	5	ОПК- 3
	Промежуточная аттестация	27					
Итого за 4-й семестр		108	54	24	30	27	
Итого		180	90	40	50	62,75	

Таблица 4.5

очно-заочная форма обучения (профиль «Финансы и кредит»)

Номер раздела	Наименование раздела/темы	Часов по учебной (рабочей) программе					Отрабатываемые компетенции
		Всего в уч. плане	Аудиторная работа			Самостоятельная работа студента	
			Всего	в том числе			
				Лекции	Практич. занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Тема 1. Элементы теории множеств и комбинаторики	8	3	1	2	5	ОПК- 2
2	Тема 2. Основные понятия теории вероятностей и правила вычисления вероятностей	12	4	2	2	8	ОПК- 2
3	Тема 3. Законы распределения дискретных случайных величин	9	4	2	2	5	ОПК- 3

4	Тема 4. Законы распределения непрерывных случайных величин	10	5	2	3	5	ОПК- 3
5	Тема 5. Основные сведения о многомерных случайных величинах	10	5	2	3	5	ОПК- 2
6	Тема 6. Понятие закона больших чисел	10	5	2	3	5	ОПК- 3
7	Тема 7. Элементы теории случайных процессов	12	4	1	3	8	ОПК- 2
8	Тема 8. Вариационные ряды	12	4	1	3	8	ОПК- 3
9	Тема 9. Общие сведения о выборочном методе	12	4	1	3	8	ОПК- 3
10	Тема 10. Интервальное оценивание параметров распределений	12	4	1	3	8	ОПК- 3
11	Тема 11. Проверка статистических гипотез	15	4	1	3	11	ОПК- 3
12	Тема 12. Корреляционный анализ	15	4	1	3	11	ОПК- 3
13	Тема 13. Регрессионный анализ	16	4	1	3	12	ОПК- 3
	Промежуточная аттестация	27					
Итого		180	54	18	36	99	

Таблица 4.6

заочная форма обучения

Номер раздела	Наименование раздела/темы	Часов по учебной (рабочей) программе					Отрабатываемые компетенции
		Всего в уч. плане	Аудиторная работа			Самостоятельная работа студента	
			Всего	в том числе			
		Лекции		Практич. занятия			
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Тема 1. Элементы теории множеств и комбинаторики	9	1		1	8	ОПК- 2

2	Тема 2. Основные понятия теории вероятностей и правила вычисления вероятностей	13	2	1	1	11	ОПК- 2
3	Тема 3. Законы распределения дискретных случайных величин	9	1	1		8	ОПК- 3
4	Тема 4. Законы распределения непрерывных случайных величин	10	2	1	1	8	ОПК- 3
5	Тема 5. Основные сведения о многомерных случайных величинах	10	2	1	1	8	ОПК- 2
6	Тема 6. Понятие закона больших чисел	10	2	1	1	8	ОПК- 3
7	Тема 7. Элементы теории случайных процессов	13	2	1	1	11	ОПК- 2
8	Тема 8. Вариационные ряды	13	2	1	1	11	ОПК- 3
9	Тема 9. Общие сведения о выборочном методе	13	2	1	1	11	ОПК- 3
10	Тема 10. Интервальное оценивание параметров распределений	13	2	1	1	11	ОПК- 3
11	Тема 11. Проверка статистических гипотез	13	2	1	1	11	ОПК- 3
12	Тема 12. Корреляционный анализ	13	2	1	1	11	ОПК- 3
13	Тема 13. Регрессионный анализ	14	2	1	1	12	ОПК- 3
	Промежуточная аттестация	27					
Итого		180	24	12	12	129	

4.3 Содержание дисциплины

Тема 1. Элементы теории множеств и комбинаторики

Лекция 1. Основные понятия и определения теории множеств

Множество, подмножество, элементы множества. Диаграммы Венна. Конечные и бесконечные множества. Полное и пустое множество. Элементы алгебры множеств. Объединение, пересечение и разность множеств. Дополнение множества. Основные типы соединений (комбинаций). Состав, порядок и повторение элементов в соединениях. Основные правила комбинаторики: правила суммы и произведения. Перестановки без повторов и с повторениями. Размещения без повторов. Сочетания без повторов.

Практическое занятие 1. Операции над множествами, комбинаторика
Решение примеров. Пересечение, объединение и разность множеств. Дополнение множества. Элементы алгебры множеств. Формулы для подсчета количества соединений. Решение примеров с перестановками, размещениями, сочетаниями. Основные правила комбинаторики: правила суммы и произведения.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 2. Основные понятия теории вероятностей и правила вычисления вероятностей

Лекция 2. Основные понятия и определения теории вероятностей

Теория вероятностей как наука, изучающая закономерности случайных явлений. Опыт (испытание). Элементарное событие, пространство событий, полный набор событий. Случайное событие. Достоверное событие. Невозможное событие. Совместные и несовместные события. Единственно возможные события. Полная группа несовместных событий. Противоположные события. Независимые и зависимые события. Равновозможные события. Понятие вероятности. Свойства вероятности. Диапазон значений вероятности. Классическое определение вероятности. Частота события и статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности. Элементы алгебры событий.

Лекция 3. Вероятности сложных событий

Вероятность суммы несовместных и совместных событий. Вероятность произведения независимых и зависимых событий. Условная вероятность. Полная вероятность группы событий. Априорные и апостериорные вероятности гипотез, формула Байеса.

Практическое занятие 2. Основные понятия теории вероятностей

Решение примеров. Непосредственное вычисление вероятностей. Применение формул комбинаторики для расчета классической вероятности. Частота события и статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Практическое занятие 3. Правила сложения и умножения вероятностей событий

Решение примеров. Вычисление условной вероятности. Правило сложения вероятностей несовместных и совместных событий. Правило умножения вероятностей независимых и зависимых событий. Правило вычисления вероятности хотя бы одного события.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Практическое занятие 4. Формула полной вероятности

Решение примеров. Правило вычисления вероятности только одного события. Формула полной вероятности. Вычисление вероятности гипотез по формуле Байеса.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Практическое занятие 5. Повторение испытаний

Решение примеров. Схема независимых повторных испытаний Бернулли.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 3. Законы распределения дискретных случайных величин

Лекция 4. Дискретные случайные величины

Случайная величина (СВ). Понятие дискретной случайной величины (ДСВ). Закон распределения дискретной случайной величины. Представление закона распределения ДСВ рядом распределения, свойства ряда распределения. Графическое изображение ряда распределения. Полигон (многоугольник) распределения. Кумулятивная вероятность. Интегральная функция распределения, ее график и свойства. Вероятность попадания дискретной СВ в интервал значений. Математическое ожидание, дисперсия и стандартное (среднеквадратическое) отклонение ДСВ, их свойства. Математические операции над ДСВ.

Лекция 5. Законы распределения дискретных случайных величин

Биномиальное распределение. Математическое ожидание, дисперсия и график биномиального распределения. Закон распределения редких событий (распределение Пуассона). Математическое ожидание, дисперсия и график распределения Пуассона. Зависимые повторные испытания, гипергеометрическое распределение. Повторные испытания до первого успеха, геометрическое распределение. Локальная и интегральная формулы Муавра–Лапласа, условия их применения.

Практическое занятие 6. Числовые характеристики дискретных случайных величин

Решение примеров. Применение закона распределения для вычисления вероятностей ДСВ. Математические операции над случайными величинами. Вычисление квадрата, суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины, их свойства. Стандартное (среднее квадратическое) отклонение дискретной СВ. Мода и медиана ДСВ. Коэффициенты асимметрии и эксцесса распределения. Математические операции над ДСВ.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Практические занятия 7. Вычисление вероятностей дискретных случайных величин

Решение примеров. Формула вероятностей биномиального распределения. Формула вероятностей распределения Пуассона. Формула вероятностей гипергеометрического распределения. Формула вероятностей геометрического закона распределения.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 4. Законы распределения непрерывных случайных величин

Лекция 6. Непрерывные случайные величины

Непрерывная случайная величина и способы задания ее закона распределения. Функция распределения (интегральная функция) непрерывной случайной величины (НСВ), ее свойства и график. Дифференциальная функция (плотность вероятности) НСВ, ее свойства и вероятностный смысл. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Определение математического ожидания непрерывной случайной величины и его свойства. Определение дисперсии непрерывной случайной величины и ее свойства. Стандартное (среднеквадратическое) отклонение. Мода, медиана, асимметрия и эксцесс НСВ.

Лекция 7. Законы распределения непрерывных случайных величин

Нормальное распределение. Плотность вероятности нормального распределения. Параметры нормального распределения. Математическое ожидание и дисперсия нормально распределенной СВ. Свойства и график нормального распределения. Стандартное (нормированное) нормальное распределения $N(0,1)$. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. Интегральная функция Лапласа–Гаусса и ее свойства. Связь функции распределения НСВ с функцией Лапласа–Гаусса. Особая роль нормального распределения. Законы равномерного и показательного (экспоненциального) распределения, графики плотности и функции распределения, их математическое ожидание и дисперсия.

Практические занятия 8. Числовые характеристики непрерывной случайной величины

Решение примеров. Нахождение функции распределения по известной плотности распределения. Нахождение плотности распределения по известной функции распределения. Математическое ожидание непрерывной случайной величины и его свойства. Дисперсия и стандартное отклонение непрерывной случайной величины и их свойства. Мода, медиана, асимметрия и эксцесс НСВ.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Практическое занятие 9. Вычисление вероятностей непрерывных случайных величин

Решение примеров. Вычисление вероятности попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. Вычисление вероятности отклонения нормально распределенной СВ от математического ожидания. Правило «трех сигм». Вычисление вероятностей попадания СВ распределенных равномерно и по показательному закону в заданный интервал.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 5. Основные сведения о многомерных случайных величинах

Лекция 8. Общие сведения о многомерной случайной величине

Понятие многомерной случайной величины. Закон распределения многомерной случайной величины. Плотность вероятностей и функция распределения многомерной случайной величины. Закон распределения вероятностей двумерной дискретной случайной величины. Таблицы распределения. Вероятность попадания двумерной дискретной случайной величины в прямоугольник значений. Математическое ожидание и дисперсия составляющих двумерной дискретной СВ. Условная вероятность, условное математическое ожидание и дисперсия двумерной дискретной СВ. Ковариация двух СВ.

Практическое занятие 10. Вычисление числовых характеристик двумерной случайной величины

Решение примеров. Закон распределения двумерной случайной величины. Плотность вероятностей двумерной случайной величины. Вероятность попадания двумерной дискретной случайной величины в прямоугольник значений. Полное и условное математическое ожидание и дисперсия компонент двумерных ДСВ.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 6. Понятие закона больших чисел

Лекция 9. Понятие закона больших чисел

Основные положения закона больших чисел о совокупном действии большого числа случайных величин. Оценка нижней и верхней границы вероятности события неравенствами Маркова и Чебышева. Закон больших чисел как теоретическое обоснование замены неизвестной вероятности события его статистической вероятностью (относительной частотой). Понятие центральной предельной теоремы Ляпунова как теоретического обоснования сходимости суммы случайных величин к нормальному распределению. Следствие теоремы Ляпунова о сходимости СВ с биномиальным, гипергеометрическим распределением, распределением Пуассона к нормальному распределению.

Практическое занятие 11, 12. Оценка вероятностей случайных величин. Решение примеров. Оценка вероятностей случайных величин с помощью неравенства Маркова. Оценка вероятностей отклонения СВ от ее математического ожидания с помощью неравенства Чебышева.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 7. Элементы теории случайных процессов

Лекция 10. Элементы теории случайных процессов

Понятие случайного процесса с конечным числом состояний. Случайные процессы с дискретным временем. Понятие случайного процесса Маркова. Цепи Маркова с дискретным временем. Изображение схемы переходов системы в виде графа. Переходные вероятности и матрица вероятности переходов. Вектор состояния системы. Вероятность многошагового перехода (по-

рядка m). Случайные процессы с непрерывным временем. Цепи Маркова с непрерывным временем. Свойства однородности и ординарности простейшего потока событий. Интенсивность перехода системы, ее граф.

Практическое занятие 13. Вычисление переходных вероятностей

Решение примеров. Вычисление переходных вероятностей и матриц переходов цепи Маркова с дискретным временем. Многошаговые вероятности переходов и матрица многошаговых переходов. Вычисление предельных вероятностей состояний цепи Маркова с непрерывным временем.

Самостоятельное занятие

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 8. Вариационные ряды

Лекция 11. Вариационные ряды и способы их представления

Варианты. Ранжированный вариационный ряд. Табличное представление вариационного ряда. Дискретные и интервальные вариационные ряды. Границы интервалов. Частоты, относительные частоты. Накопленные частоты. Графическое представление вариационного ряда, полигон (многоугольник) и гистограмма распределения. Накопленные частоты. Кумулятивная кривая (кривая сумм). Показатели среднего и разброса значений вариационного ряда. Мода, медиана, асимметрия и эксцесс вариационного ряда.

Практическое занятие 14. Числовые характеристики вариационного ряда

Решение примеров. Медиана, мода, асимметрия и эксцесс вариационного ряда. Среднее арифметическое вариационного ряда (простое и взвешенное) и его свойства. Среднее геометрическое. Меры вариации. Размах вариации. Среднее линейное отклонение. Дисперсия (простая и взвешенная) и ее свойства. Стандартное отклонение.

Самостоятельное занятие.

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 9. Общие сведения о выборочном методе

Лекция 12. Основные понятия и определения математической статистики

Математическая статистика как раздел математики, изучающий методы обработки результатов статистических наблюдений. Детерминированные и стохастические математические модели. Общие сведения о выборочном методе, его сущность, преимущества и недостатки. Генеральная и выборочная совокупности. Объем статистической совокупности. Случайная выборка. Виды выборок. Схемы повторного и бесповторного отбора. Ошибки выборочного наблюдения: ошибки регистрации и репрезентативности – систематические и случайные. Выборочное оценивание параметров генеральной совокупности. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность. Точечная оценка по собственно-случайной повторной выборке генеральной доли, среднего, дисперсии и стандартного отклонения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема как теоретическая основа выборочного метода.

Практическое занятие 15. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупности
Решение примеров. Точечные оценки параметров генеральной совокупности по выборочной средней, дисперсии и доле.

Самостоятельное занятие
Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 10. Интервальное оценивание параметров распределений

Лекция 13, 14. Основные понятия оценки параметров распределения
Понятие интервального оценивания. Параметры закона распределения выборочной средней нормально распределенной совокупности. Доверительная вероятность (надежность, уровень доверия) оценки. Предельное отклонение (предельная ошибка, точность). Вероятность ошибки (уровень значимости). Доверительный интервал для оценки среднего нормально распределенной генеральной совокупности при известной и неизвестной дисперсии. Распределение Стьюдента. Доверительный интервал для генеральной доли. Доверительный интервал для генеральной дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности.

Практическое занятие 16, 17. Доверительные интервалы для оценки параметров генеральной совокупности
Решение примеров. Средняя (стандартная) ошибка выборки. Средняя и предельная ошибка выборки. Построение доверительных интервалов для оценки среднего нормально распределенной генеральной совокупности при известном стандартном отклонении. Определение объема выборки в случае повторного отбора для заданной надежности и точности оценки среднего нормально распределенной генеральной совокупности. Связь доверительной вероятности и объема выборки с величиной доверительного интервала. Построение доверительного интервала по малой выборке. Построение доверительного интервала для генеральной доли. Построение доверительного интервала для генеральной дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности.

Самостоятельное занятие
Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 11. Проверка статистических гипотез

Лекция 15, 16. Статистические гипотезы
Принцип практической уверенности. Постановка задачи проверки статистической гипотезы. Нулевая и альтернативная гипотезы. Ошибки гипотез. Статистические критерии. Наблюдаемое значение критерия. Область принятия гипотезы. Критические точки. Виды критических областей. Уровень значимости критерия. Процедура проверки гипотез, выдвинутых для сравнения параметров. Гипотезы о математическом ожидании на основе выборочной средней при известной и неизвестной (критерий Стьюдента) дисперсии генеральной совокупности. Гипотеза о двух генеральных дисперсиях (критерий Фишера). Гипотезы о характере распределения генеральной совокупности (критерий согласия «хи-квадрат» Пирсона)

Практическое занятие 18, 19. Проверка статистических гипотез
Решение примеров. Определение двусторонних, левосторонних, правосторонних критических областей. Проверка гипотез на основе выборочной средней при известной и неизвестной генеральной дисперсии. Проверка гипотезы о двух генеральных дисперсиях. Проверка гипотезы о характере распределения генеральной совокупности.

Самостоятельное занятие
Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 12. Корреляционный анализ

Лекция 17, 18. Общие сведения о корреляционном анализе
Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Задачи корреляционного анализа. Оценка силы связи между случайными переменными. Графический анализ данных, корреляционное поле. Линейная парная регрессия и ее графическое представление. Эмпирическая и теоретическая линии регрессии. Применение метода наименьших квадратов для построения линейной парной регрессии. Линейная функциональная зависимость как предельный случай корреляционной связи. Ковариация, коэффициент корреляции, его свойства. Связь коэффициента корреляции и коэффициента регрессии. Индекс корреляции и коэффициент детерминации, их свойства и связь с коэффициентом корреляции. Оценка линейности связи по коэффициенту корреляции. Оценка регрессии по коэффициенту детерминации. Оценка значимости коэффициентов корреляции и детерминации. Понятие множественной корреляции.

Практическое занятие 20, 21. Вычисление показателей корреляционной связи и их оценка
Решение примеров. Вычисление коэффициентов корреляции и детерминации. Проверка значимости коэффициентов корреляции и детерминации.

Самостоятельное занятие.
Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

Тема 13. Регрессионный анализ

Лекция 19, 20. Общие сведения о регрессионном анализе
Основные задачи регрессионного анализа. Оценка формы зависимости между случайными переменными. Парная регрессионная модель. Воздействие неучтенных случайных факторов и ошибок наблюдения. Интервальная оценка линейной регрессионной модели. Оценка качества коэффициентов линейной парной регрессии. Предсказания и прогнозы на основе линейной модели регрессии. Общие сведения о парной нелинейной регрессии и методах приведения ее к линейной регрессии. Общие сведения о множественной линейной регрессии.

Практическое занятие 22, 23, 24, 25.. Построение линейной регрессии и ее оценка
Решение примеров. Построение линейной парной регрессии. Проверка значимости коэффициентов линейной регрессионной модели. Построение дове-

рительных интервалов для коэффициентов линейной регрессионной модели.
Построение доверительного интервала для линейной регрессионной модели.
Прогноз значений на основе линейной регрессионной модели.

Самостоятельное занятие.

Работа с литературой. Решение примеров домашнего задания.

5. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

5.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Компетенции, закреплённые за дисциплиной:

- ОПК – 2- способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач
Данная компетенция формируется в процессе изучения следующих дисциплин:

Теория вероятностей и математическая статистика

Микроэкономика

Эконометрика

Статистика

Деньги, кредит, банки

Макроэкономическое планирование и прогнозирование

Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности

Научно-исследовательская работа

- ОПК – 3- способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.
Данная компетенция формируется в процессе изучения следующих дисциплин:

Линейная алгебра;

Математический анализ

Теория вероятностей и математическая статистика;

Финансы;

Методы оптимальных решений;

Математические методы обработки экономических данных;

Информационные технологии обработки статистической информации;

Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности.

Таблица 5.1

**Схема фонда оценочных средств промежуточной аттестации
дисциплины, отражающая этапы формирования компетенций**

№ п/п	Раздел рабочей программы дисциплины	Контролируемые компетенции (или их части)	Оценочное средство (№ тестового задания, № экз. вопроса, № контрольного задания и задания для самостоятельной работы)
1	Элементы теории множеств и комбинаторики	ОПК- 2	Контр. вопросы: 1-12 Контр. задания: 1-14
2	2. Основные понятия теории вероятностей и правила вычисления вероятностей	ОПК- 2	Контр. вопросы: 13-30 Контр. задания: 15-31
3	Законы распределения дискретных случайных величин	ОПК- 3	Контр. вопросы: 31-45 Контр. задания: 32-37 Контр. задания: 43-46
4	Законы распределения непрерывных случайных величин	ОПК- 3	Контр. вопросы: 46-58 Контр. задания: 38-42 Контр. задания: 47-49
5	Основные сведения о многомерных случайных величинах	ОПК- 2	Контр. вопросы: 59-65 Контр. задания: 50-68
6	Понятие закона больших чисел	ОПК- 3	Контр. вопросы: 66-71 Контр. задания: 69-72
7	Элементы теории случайных процессов	ОПК- 2	Контр. вопросы: 72-76
8	Вариационные ряды	ОПК- 3	Контр. вопросы: 77-84 Контр. задания: 73,74
9	Общие сведения о выборочном методе	ОПК- 3	Контр. вопросы: 85-91
10	Интервальное оценивание параметров распределений	ОПК- 3	Контр. вопросы: 92-106
11	Проверка статистических гипотез	ОПК- 3	Контр. вопросы: 107-118
12	Корреляционный анализ	ОПК- 3	Контр. вопросы: 119-131
13	Регрессионный анализ	ОПК- 3	Контр. вопросы: 132-139

5.2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Таблица 5.2

Уровень освоения компетенций

Структурный элемент компетенции	Уровень освоения компетенций		
	Пороговый уровень	Средний уровень	Высокий уровень
Общепрофессиональные компетенции			
ОПК – 2 способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач			
Знать	- основные математические термины, иметь представление о методах и алгоритмах решения типовых задач теории вероятностей и математической статистики	- математическую терминологию, методы и алгоритмы, необходимые для решения прикладных задач, связанных с теорией вероятностей и математической статистикой	- математическую терминологию, методы и алгоритмы решения задач теории вероятностей и математической статистики, и их особенности
Уметь	- формулировать решаемую задачу	- формулировать решаемую задачу и использовать методы теории вероятностей и математической статистики для решения экономических задач	- математически формализовать поставленную задачу, применять методы теории вероятностей и математической статистики для прогноза развития экономических процессов
Владеть навыками	- решения простейших задач теории вероятностей и математической статистики	- развитыми навыками интерпретации результатов обработки данных	- навыками интерпретации и обобщения результатов обработки данных для выработки экономических и управленческих решений
Оценка	Удовлетворительно (зачтено)	Хорошо (зачтено)	Отлично (зачтено)

ОПК – 3- способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.			
Знать	- возможности прикладных программных средств	- возможности программных пакетов обработки математикостатистических данных	- лексику, ключевые слова и операторы программных пакетов обработки математикостатистических данных
Уметь	- понимать смысл программных пакетов обработки математикостатистических данных	- адаптировать программные пакеты обработки математикостатистических данных к условиям решаемых задач	- самостоятельно писать тексты программ для решения прикладных задач.
Владеть навыками	- простейшими навыками интерпретации полученных результатов	- развитыми навыками интерпретации результатов расчетов	- проведения оценки качества полученных решений.
Оценка	Удовлетворительно (зачтено)	Хорошо (зачтено)	Отлично (зачтено)

5.3 Типовые контрольные задания и материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих формирования компетенций по данной дисциплине.

Контрольные вопросы

1. Как обозначаются множества, его элементы?
2. Как читается и что обозначает запись « $x \in X$ »?
3. Какое множество обозначается с помощью символа « \emptyset »?
4. Что называется объединением множеств?
5. Что называется пересечением множеств?
6. Что называется разностью множеств?
7. Диаграммы Эйлера-Венна
8. Перестановки. Формула числа перестановок без повторений и с повторениями.
9. Размещения. Формула числа размещений без повторений.
10. Сочетания. Формула числа сочетаний без повторений.
11. Сравните перестановки и размещения. В чем сходство и отличия?
12. Сочетания и размещения из n элементов по m . В чем сходство и различие?

13. Предмет, цель и задачи теории вероятностей
14. Основные понятия теории вероятностей. Определение случайного события. Классификация событий. Достоверное событие, невозможное событие. Совместные и несовместные события. Равновозможные события. Приведите примеры.
15. Единственно возможные события. Полная группа несовместных событий. Противоположные события. Приведите примеры.
16. Классическое определение вероятности (условия применимости). Приведите пример.
17. Свойства вероятности. Диапазон значений вероятности.
18. Чему равна вероятность достоверного, невозможного события?
19. Чему равна вероятность противоположного события, почему?
20. Относительная частота появления события.
21. Статистическое определение вероятности.
22. Геометрическое определение вероятности.
23. Независимые и зависимые события. Определение условной вероятности. Формула для нахождения условной вероятности.
24. Элементы алгебры событий. Определение суммы и произведения событий.
25. Вероятность суммы несовместных и совместных событий.
26. Вероятность произведения независимых событий.
27. Вероятность произведения зависимых событий. Условная вероятность.
28. Вероятность появления хотя бы одного события
29. Полная группа событий и формула полной вероятности.
30. Вычисление вероятностей гипотез (формула Байеса)
31. Понятие случайной величины (СВ).
32. Классификация СВ: дискретные и непрерывные случайные величины.
33. Закон распределения дискретной случайной величины. Способы задания закона распределения. Многоугольник (полином) распределения.
34. Функция распределения дискретной СВ. График функции распределения.
35. Вероятность попадания дискретной СВ в интервал значений.
36. Определение математического ожидания дискретной случайной величины.
37. Основные свойства математического ожидания.
38. Определение дисперсии дискретной случайной величины. Стандартное (среднеквадратическое) отклонение.
39. Основные свойства дисперсии.
40. Определение моды и медианы.
41. Схема повторных независимых испытаний Бернулли. Биномиальный закон распределения вероятностей. Формула Бернулли с параметрами n и p . Математическое ожидание, дисперсия.
42. Чему равно наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли?
43. Закон распределения редких событий Пуассона. Формула Пуассона с параметром λ . Математическое ожидание, дисперсия.

44. Геометрическое распределение, формула для вычисления вероятности СВ.
45. Гипергеометрическое распределение, формула для вычисления вероятности СВ.
46. Непрерывная случайная величина и способы задания ее закона распределения. Графическое представление распределения.
47. Функция распределения непрерывной СВ. Свойства функции распределения и ее график.
48. Плотность распределения (плотность вероятности) непрерывной СВ. Свойства плотности распределения и ее график.
49. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.
50. Определение математического ожидания непрерывной случайной величины.
51. Основные свойства математического ожидания.
52. Определение дисперсии непрерывной случайной величины. Стандартное (среднеквадратическое) отклонение.
53. Равномерное распределение с параметрами a и b . Плотность и функция распределения. Их графики. Математическое ожидание, дисперсия.
54. Экспоненциальное (показательное) распределение с параметром λ . Плотность и функция распределения. Их графики. Математическое ожидание, дисперсия.
55. Нормальный закон распределения вероятностей (закон Гаусса). Параметры a и σ нормального закона распределения. Плотность и функция распределения. Их графики.
56. Свойства плотности и функции распределения нормального распределения.
57. Вероятность попадания СВ стандартного $N(0,1)$ распределения в интервал значений.
58. Вероятность попадания СВ стандартного $N(0,1)$ распределения на симметричный относительно математического ожидания интервал. Правило «трех сигм».
59. Понятие многомерной СВ.
60. Закон распределения вероятностей двумерной дискретной случайной величины. Таблицы распределения. Функция распределения.
61. Вероятность попадания двумерной дискретной случайной величины в прямоугольник значений.
62. Закон распределения вероятностей двумерной непрерывной СВ. Функция и плотность распределения двумерной СВ.
63. Вероятность попадания двумерной непрерывной случайной величины в прямоугольник значений.
64. Полное и условное математическое ожидание составляющих (отличие от одномерного случая).
65. Полная и условная дисперсия (среднеквадратические отклонения) составляющих. Отличие от одномерного случая.

66. Закон больших чисел о совокупном действии большого числа случайных величин.
67. Оценка нижней и верхней границы вероятности события неравенством Маркова.
68. Оценка нижней и верхней границы вероятности события неравенством Чебышева.
69. Практическое применение закона больших чисел как теоретического обоснования замены неизвестной вероятности события его статистической вероятностью (относительной частотой).
70. Практическое применение центральной предельной теоремы как теоретического обоснования сходимости суммы случайных величин к нормальному распределению.
71. Следствие теоремы Ляпунова о сходимости СВ с биномиальным, гипергеометрическим распределением, распределением Пуассона к нормальному распределению.
72. Теория случайных процессов как наука, изучающая динамику случайных явлений.
73. Понятие случайного процесса с дискретными состояниями.
74. Марковский процесс или процесс без последействия. Цепи Маркова.
75. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. Представление состояния системы с помощью графа.
76. Вероятность перехода. Матрица перехода, ее свойства. Вектор состояния системы. Вероятность многошагового перехода (порядка m).
77. Вариационный ряд и его представление. Варианты, их весовые коэффициенты. Ранжированный ряд.
78. Дискретный и непрерывный (интервальный) вариационный ряд.
79. Многоугольник (полигон) частот. Гистограмма вариационного ряда.
80. Накопленные частоты. Эмпирическая функция распределения.
81. Среднее арифметическое вариационного ряда. Мода, медиана их особенности в сравнении со средним арифметическим.
82. Среднее линейное отклонение. Дисперсия и стандартное (среднеквадратическое) отклонение вариационного ряда
83. Вариационный размах. Коэффициент вариации.
84. Коэффициент асимметрии и эксцесс вариационного ряда.
85. Предмет, цель и задачи математической статистики
86. Понятия генеральной и выборочной совокупности (выборки). Объем генеральной и выборочной совокупности.
87. Общие сведения о выборочном методе, его сущность, преимущества и недостатки. Закон больших чисел как теоретическое обоснование выборочного метода.
88. Виды выборок: собственно-случайная, механическая, типическая. Способы отбора: повторный, бесповторный. Ошибки репрезентативности (представительства).
89. Выборочное оценивание. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность.

90. Точечная оценка по собственно-случайной повторной выборке генеральной доли, среднего, дисперсии и стандартного отклонения.
91. Исправленная выборочная дисперсия и стандартное отклонение. Чем оно лучше?
92. Как формулируется задача интервального оценивания?
93. Понятие интервального оценивания. Что такое доверительный интервал?
94. Каков общий вид интервальной оценки?
95. Что такое точность интервальной оценки?
96. Что такое предельное отклонение (предельная ошибка) интервальной оценки?
97. Что такое надежность интервальной оценки?
98. Что такое доверительная вероятность интервальной оценки?
99. Как строится доверительный интервал для среднего нормально распределенной генеральной совокупности по большой выборке?
100. Как связана точность интервальной оценки для среднего нормально распределенной генеральной совокупности с объемом выборки и надежностью.
101. Построение доверительного интервала для генеральной доли.
102. Построение доверительного интервала для генеральной дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности.
103. Определение объема повторной выборки для заданной надежности и точности оценки среднего нормально распределенной генеральной совокупности.
104. Построение доверительного интервала для среднего нормально распределенной генеральной совокупности по малой выборке. Применение распределения Стьюдента.
105. Надежность и точность интервальной оценки среднего нормально распределенной генеральной совокупности при известном стандартном отклонении.
106. Доверительный интервал и доверительная вероятность при оценке среднего нормально распределенной генеральной совокупности при известном стандартном отклонении.
107. Как формулируется задача проверки статистических гипотез?
108. Понятие статистической гипотезы. Что такое основная гипотеза?
109. Альтернативная гипотеза. Виды альтернативной гипотезы.
110. Критическая область и область допустимых значений критерия.
111. Критические точки.
112. Двусторонние, левосторонние, правосторонние критические области.
113. Уровень значимости критерия.
114. Статистический критерий. Наблюдаемое значение критерия.
115. Алгоритм проверки статистической гипотезы.
116. Проверка гипотезы о генеральной средней на основе выборочной средней.
117. Проверка гипотезы о генеральной доле признака на основе выборочной доли.

118. Проверка гипотезы о генеральной дисперсии на основе выборочной дисперсии.
119. Функциональная и корреляционная зависимость.
120. Графический анализ данных, корреляционное поле.
121. Какие задачи решаются в корреляционном анализе.
122. Оценка формы связи между случайными факторами переменными в регрессионном анализе.
123. Линейная парная регрессия и ее графическое представление.
124. Что такое метод наименьших квадратов и его геометрическая интерпретация?
125. Вычисление коэффициентов линейной парной регрессии методом наименьших квадратов.
126. Коэффициент корреляции как показатель тесноты линейной корреляционной зависимости, его свойства. Взаимосвязь коэффициентов регрессии и корреляции.
127. Проверка значимости выборочного коэффициента корреляции.
128. Коэффициент детерминации, его свойства. Взаимосвязь коэффициентов корреляции и детерминации.
129. Проверка качества функции регрессии по коэффициенту детерминации.
130. Проверка значимости выборочного коэффициента детерминации.
131. Понятие множественной линейной корреляции. Корреляционная матрица, свойства ее компонент.
132. Какие задачи решаются в регрессионном анализе.
133. Построение уравнения регрессии методом наименьших квадратов.
134. Линейная парная регрессия Y по X и X по Y . Коэффициенты регрессии.
135. Проверка значимости коэффициентов линейной парной регрессии.
136. Построение доверительных интервалов для коэффициентов линейной регрессионной модели.
137. Прогнозирование с применением линейной парной регрессии (точечный и интервальный прогноз).
138. Построение нелинейной регрессии методом приведения ее к линейной.
139. Понятие множественной линейной регрессии.

Контрольные задания

Задача 1. Выполнить операции объединения и пересечения над множествами A и B :

а) $A = [-1; 0]$; $B = [0; 1]$;

б) $A = [-1; 0]$; $B = [0; 1]$;

в) $A = [-1; 0]$; $B = (0; 1]$.

Задача 2. Найти объединение и пересечение множества рациональных чисел R и множества иррациональных чисел I .

Задача 3. Найти объединение и пересечение множества чисел вида $4k$ и множества чисел вида $6k$.

Задача 4. Найти объединение и пересечение множества целых чисел, не делящихся на 13, с множеством целых чисел, делящихся на 26.

Задача 5. Упростить $A \cap (A \cup B)$.

Задача 6. Какое из двух множеств является подмножеством другого:

а) $P, P \cap Q$;

б) $P, P \cup Q$?

Задача 7. Возможно ли равенство

$A \cap B = A \cup B$?

Задача 8. Упростить выражение $(P \cap Q) \cap (P \cap \bar{Q})$.

Задача 9. Нарисовать множество $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Задача 10. Сколько различных семизначных чисел можно составить из цифр 2, 3, 0, 3, 4, 2, 3?

Задача 11. Из группы, состоящей из 7 мужчин и 4 женщин, нужно выбрать 6 человек так, чтобы среди них было не менее двух женщин. Сколькими способами это можно сделать?

Задача 12. Сколькими способами n предметов можно разложить в k ящиков?

Задача 13. Сколько различных чисел меньше 10000 можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

Задача 14. Сколько различных четырехзначных чисел, делящихся на 4, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если каждая цифра может в записи числа встречаться несколько раз?

Задача 15. В урне лежат 12 одинаковых шаров, отличающихся только цветом: 5 из них белые, остальные черные. Шары тщательно перемешаны. Какова вероятность того, наугад вынутый из урны шар окажется белым?

Задача 16. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков будет равна 7?

Задача 17. В урне a белых и b черных шаров. Из урны вынимаются два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.

Задача 18. Маленький, неграмотный еще ребенок располагает в ряд четыре карточки с буквами m, m, a, a . Какова вероятность того, что ребенок сложит из этих букв слово *мама*?

Задача 19. В партии из N изделий M бракованных. Из партии выбирается наугад n изделий. Определить вероятность того, что среди этих n изделий будет ровно t бракованных.

Задача 20. В лотерее 1000 билетов; из них на один билет падает выигрыш 500 руб., на 10 билетов - выигрыши по 100 руб., на 50 билетов - выигрыши по 20 руб., и на 100 билетов - выигрыши по 5 руб., остальные билеты невыигрышные. Некто покупает один билет. Найти вероятность выиграть не менее 20 руб.

Задача 21. Круговая мишень состоит из трех зон: I, II, III. Вероятность попадания в первую зону при одном выстреле 0,15, во вторую 0,23, в третью 0,17. Найти вероятность промаха.

Задача 22. В урне 2 белых и 3 черных шара. Из урны вынимают подряд два шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.

Задача 23. Прибор, работающий в течение времени t , состоит из трех узлов, каждый из которых, независимо от других, может в течение времени t отказать (выйти из строя). Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора в целом. За время t надежность (вероятность безотказной работы) первого узла равна $p_1 = 0,8$; второго $p_2 = 0,9$; третьего $p_3 = 0,7$. Найти надежность прибора в целом.

Задача 24. Производится три выстрела по одной и той же мишени. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах равны соответственно

$$p_1 = 0,4; p_2 = 0,5; p_3 = 0,7;$$

Найти вероятность того, что в результате этих трех выстрелов в мишени будет ровно одна пробоина.

Задача 25. Происходит воздушный бой между истребителем и бомбардировщиком. Первым начинает стрельбу истребитель. Он делает по бомбардировщику один выстрел и сбивает его с вероятностью 0,2. Если бомбардировщик не сбит, он отвечает истребителю огнем и сбивает его с вероятностью 0,3. Если истребитель не сбит, он подходит к бомбардировщику ближе и сбивает его с вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что в воздушном бою будет сбит: а) бомбардировщик; б) истребитель.

Задача 26. Самолет, по которому ведется стрельба, состоит из трех различных по уязвимости частей. Для поражения самолета достаточно одного попадания в первую часть или двух попаданий во вторую, или трех попаданий в третью. Условная вероятность попадания в каждую из частей при условии, что снаряд попал в самолет, пропорциональна площади этих частей, которые соответственно равны 0,1; 0,2 и 0,7 площади всего самолета. Известно, что в самолет попало два снаряда. Найти вероятность того, что самолет будет поражен.

Задача 27. Два самолета поочередно производят бомбометание по одной и той же цели, сбрасывая в каждый заход по одной бомбе. У каждого самолета имеются в запасе по три бомбы. Вероятность попадания в цель при сбрасывании одной бомбы для первого самолета $p_1 = 0,3$; для второго самолета $p_2 = 0,4$. При первом же попадании цель разрушается и бомбометание прекращается. Найти вероятность того, что не весь боезапас будет израсходован.

Задача 28. Имеются три одинаковые урны. В первой урне два белых и один черный шар, во второй – три белых и один черный, в третьей – два белых и два черных шара. Некто выбирает одну из урн и вынимает из нее шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.

Задача 29. По самолету производится три одиночных выстрела. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах равны соответственно равны $p_1 = 0,4$; $p_2 = 0,5$; $p_3 = 0,7$. Для вывода самолета из строя заведомо достаточно трех попаданий. При одном попадании самолет выходит из строя с вероятностью 0,2, при двух попаданиях с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов самолет будет выведен из строя.

Задача 30. Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества. Около 40% приборов собирается из высококачественных деталей. Если прибор собран из высококачественных деталей, его

надежность (вероятность безотказной работы) за время t равна 0,95, если из деталей обычного качества - его надежность равна 0,7. Прибор испытывался в течении времени t и работал безотказно. Найти вероятность того, что он собран из высококачественных деталей.

Задача 31. Производится 4 независимых выстрела по одной и той же цели с различных расстояний, вероятности попадания при этих выстрелах равны соответственно

$$p_1 = 0,1; p_2 = 0,2; p_3 = 0,3; p_4 = 0,4.$$

Найти вероятности ни одного, одного, двух, трех и четырех попаданий:

$$P_{0,4}; P_{1,4}; P_{2,4}; P_{3,4}; P_{4,4};$$

Задача 32. Производится один выстрел по мишени. Вероятность попадания в мишень равна 0,3. Случайная величина X – число попаданий. Построить ряд распределения и многоугольник распределения.

Задача 33. Стрелок производит три выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,4. За каждое попадание стрелку засчитывается 5 очков. Построить ряд распределения и многоугольник распределения числа выбитых очков.

Задача 34. Производится стрельба по некоторой цели до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна p . Случайная величина X – число выстрелов. Построить ряд распределения величины X .

Задача 35. Стрелок ведет стрельбу по мишени до первого попадания, имея боезапас 4 патрона. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,6. Построить ряд распределения боезапаса, оставшегося неизрасходованным.

Задача 36. Производится один выстрел по мишени. Вероятность попадания равна 0,3. Построить функцию распределения числа попаданий.

Задача 37. Производится 4 выстрела по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,3. Построить функцию распределения числа попаданий.

Задача 38. Функция распределения непрерывной случайной величины X задана выражением

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ ax^2, & \text{при } 0 < x < 1 \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

а) Найти коэффициент a .

б) Найти плотность распределения $f(x)$.

в) Найти вероятность попадания величины X на участок от 0,25 до 0,5.

Задача 39. Случайная величины X подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x, & \text{при } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{при } x < -\frac{\pi}{2} \text{ или } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

а) Найти коэффициент a .

б) Построить график плотности распределения $f(x)$

в) Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

г) Найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до $\frac{\pi}{4}$.

Задача 40. Плотность распределения случайной величины X задана формулой

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

а) Построить график плотности распределения $f(x)$

б) Найти вероятность того, что величина X попадет на участок $(-1, +1)$.

Задача 41. Найти функцию распределения по данной плотности распределения:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{при } a < x < b \\ 0, & \text{при } x < a \text{ или } x > b \end{cases}$$

Построить график найденной функции.

Задача 42. Плотность распределения случайной величины X задана:

$$f(x) = a/(e^{-x} + e^x).$$

Найти постоянный параметр a .

Задача 43. Производится один опыт, в результате которого может произойти или не произойти, событие A . Вероятность появления события A равна p . Рассматривается случайная величина X (число появлений события A в данном опыте), которая равна единице, если событие A произошло и нулю, если не произошло. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

Задача 44. Производится три независимых опыта, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью $0,4$. Рассматривается случайная величина X - число появлений события A в трех опытах. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

Задача 45. Производится ряд независимых опытов, в каждом из которых может появиться некоторое событие A . Вероятность события A в каждом опыте равна p . Опыты производятся до первого появления события A , после чего они прекращаются. Случайная величина X - число произведенных опытов. Найти математическое ожидание случайной величины X .

Задача 46. Производится два независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна p . Рассматриваются случайные величины:

X - разность между числом попаданий и числом промахов;

Y - сумма числа попаданий и числа промахов.

Построить для каждой из случайных величин X и Y ряд распределения. Найти их характеристики.

Задача 47. Непрерывная случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x) = A e^{-|x|}$$

Найти коэффициент A .

Задача 48. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X , заданной функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ x, & \text{при } 0 < x < 1 \end{cases}$$

1, при $x > 1$

Задача 49. Найти математическое ожидание и дисперсию непрерывной случайной величины X , распределенной равномерно в интервале (a, b) .

Задача 50. Найти законы распределения составляющих двумерной случайной величины, заданной законом распределения

Y	X		
	x_1	x_2	x_3
y_1	0,1	0,3	0,2
y_2	0,06	0,18	0,16

Задача 51. Два стрелка независимо друг от друга делают по два одиночных (независимых) выстрела каждый по своей мишени. Случайная величина X – число попаданий первого стрелка, Y – число попаданий второго стрелка. Вероятность попадания при одном выстреле для первого стрелка $p_1 = 0,7$, для второго $p_2 = 0,4$. Построить матрицу распределения $\|p_{ij}\|$ системы случайных величин (X, Y) и законы распределения отдельных случайных величин X и Y . Найти функцию распределения $F(x, y)$.

Задача 52. Найти вероятность того, что в результате испытания составляющая X двумерной случайной величины (X, Y) примет значение $X < 2$ и при этом составляющая Y примет значение $Y < 3$, если известна функция распределения системы

$$F(x, y) = \left(\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right) * \left(\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{3} + \frac{1}{2}\right).$$

Задача 53. Найти вероятность попадания случайной точки (X, Y) в прямоугольник, ограниченный прямыми $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = \frac{\pi}{4}$, $y = \frac{\pi}{3}$, если известна функция распределения

$$F(x, y) = \sin x * \sin y \quad (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}).$$

Задача 54. Система двух случайных величин (X, Y) подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x, y) = \frac{1}{\pi^2(1+x^2)(1+y^2)}.$$

Найти функцию распределения $F(x, y)$. Определить вероятность попадания случайной точки (X, Y) в квадрат R с вершинами $K(1; 1)$, $L(0; 1)$, $M(1; 0)$ и $N(0; 0)$.

Задача 55. Задана плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины (X, Y) : $f(x, y) = C \cos x * \cos y$ в квадрате $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$. Вне этого квадрата $f(x, y) = 0$. Найти постоянный параметр C .

Задача 56. Имеются две независимые случайные величины (X, Y) , подчиненные каждая показательному закону:

$$f_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{при } x > 0 \end{cases} \quad f_2(y) = \begin{cases} 0 & \text{при } y < 0 \\ \mu e^{-\mu y} & \text{при } y > 0 \end{cases}$$

Написать выражения: а) плотности распределения системы; б) функции распределения системы (X, Y) .

Задача 57. Система случайных величин (X, Y) распределена с постоянной плотностью внутри квадрата R с вершинами $K(1; 1)$, $L(0; 1)$, $M(1; 0)$ и $N(0; 0)$. Написать выражение плотности распределения $f(x, y)$. Построить функцию распределения системы. Написать выражения $f_1(x)$, $f_2(y)$. Определить, являются ли случайные величины (X, Y) независимыми или зависимыми.

Найти плотность распределения составляющих X и Y .

Задача 58. Двумерная непрерывная случайная величина (X, Y) задана плотностью совместного распределения

$$f(x, y) = \frac{(\sin x \sin y)}{4}$$

в квадрате $0 \leq x \leq \pi$, $0 \leq y \leq \pi$. Вне этого квадрата $f(x, y) = 0$. Доказать, что составляющие X и Y независимы.

Задача 59. Поверхность распределения системы (X, Y) представляет собой прямой круговой конус, основанием которого служит круг радиуса R с центром в начале координат. Написать выражение плотности распределения. Определить вероятность того, что случайная точка (x, y) попадет в круг K радиуса a , причем $a < R$.

Задача 60. Система двух непрерывных случайных величин (X, Y) распределена с постоянной плотностью $f(x, y) = c$ в пределах прямоугольника R , ограниченного абсциссами (α, β) и ординатами (γ, δ) . Найти константу c . Определить, зависимы или независимы случайные величины X и Y . Найти функцию распределения $F(x, y)$ системы (X, Y) .

Задача 61. Система случайных величин (X, Y) распределена с постоянной плотностью $f(x, y) = c$ внутри квадрата R со стороной a , стороны которого составляют углы 45° с осями координат. Найти константу c . Найти плотности $f_1(x)$, $f_2(y)$ отдельных величин X и Y , входящих в систему. Определить, зависимы или независимы случайные величины (X, Y) , входящие в систему.

Задача 62. Дискретная двумерная случайная величина задана таблицей

Y	X		
	x_1	x_2	x_3
y_1	0,1	0,3	0,2
y_2	0,06	0,18	0,16

Найти условный закон распределения составляющей X при условии, что составляющая Y приняла значение y_1 .

Задача 63. Двумерная случайная величина (X, Y) задана плотностью совместного распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi r^2} & \text{при } x^2 + y^2 < r^2 \\ 0 & \text{при } x^2 + y^2 > r^2 \end{cases}$$

Найти условные плотности составляющих.

Задача 64. Система случайных величин (X, Y) подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x, y) = \frac{a}{1+x^2+x^2y^2+y^2}$$

а) Найти коэффициент а. б) Установить, являются ли величины X и Y зависимыми; найти $f_1(x)$, $f_2(y)$. в) Найти вероятность попадания случайной точки (X, Y) в пределы квадрата R , центр которого совпадает с началом координат, а стороны параллельны осям координат и имеют длину $b = 2$.

Задача 65. Двумерная случайная величина (X, Y) задана плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{6\pi}, & \text{при } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} < 1 \\ 0, & \text{при } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} > 1 \end{cases}$$

Доказать, что X и Y зависимые, но некоррелированные величины.

Задача 66. Система трех случайных величин (X, Y, Z) распределена с постоянной плотностью внутри шара радиуса r . Найти вероятность попадания случайной точки (X, Y, Z) внутрь шара, концентрического данному, радиусом $\frac{r}{2}$.

Задача 67. Имеется система случайных величин X и Y . Случайная величина X распределена по показательному закону с параметром λ :

$$f_1(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Случайная величина Y при заданном значении $X = x > 0$ распределена также по показательному закону, но с параметром x :

$$f_2(y/x) = \begin{cases} x e^{-yx} & \text{при } y > 0, \\ 0 & \text{при } y < 0. \end{cases}$$

Написать плотность распределения $f(x, y)$ системы (X, Y) и найти плотность распределения $f_2(y)$ случайной величины Y . Найти условную плотность $f_1(x/y)$.

Задача 68. Из урны, в которой a белых, b черных и c красных шаров, вынимается один шар. Случайные величины X, Y, Z определяются следующими условиями:

$$\begin{aligned} X &= \begin{cases} 1, & \text{если появится белый шар} \\ 0, & \text{если появится черный или красный шар} \end{cases} \\ Y &= \begin{cases} 1, & \text{если появится черный шар} \\ 0, & \text{если появится белый или красный шар} \end{cases} \\ Z &= \begin{cases} 1, & \text{если появится красный шар} \\ 0, & \text{если появится черный или белый шар.} \end{cases} \end{aligned}$$

Найти корреляционные моменты K_{xy} , K_{xz} , K_{yz} и коэффициенты корреляции r_{xy} , r_{xz} , r_{yz} .

Задача 69. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $|X - M(X)| < 0,1$, если $D(X) = 0,001$.

Задача 70. Дано: $P(|X - M(X)| < \varepsilon) \geq 0,9$; $D(X) = 0,004$. Используя неравенство Чебышева, найти ε .

Задача 71. Дана случайная величина X с математическим ожиданием m_x и дисперсией σ_x^2 . Оценить сверху вероятность того, что величина X отклонится от своего математического ожидания не меньше, чем на $3\sigma_x$.

Задача 72. Цех завода производит шарики для подшипников. За смену производится $n = 10000$ шариков. Вероятность того, что один шарик окажется дефектным, равна 0,05. Причины дефектов для отдельных шариков независимы. Продукция проходит контроль сразу после изготовления, причем дефектные шарики бракуются и ссыпаются в бункер, а небракованные отправляются в цех сборки. Определить, на какое количество шариков должен быть рассчитан бункер, чтобы с вероятностью 0,99 после смены он не оказался переполненным.

Задача 73. Построить статистическую функцию распределения случайной величины β , результаты наблюдений которой сведены в простой статистический ряд:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B_i	-20	-60	-10	30	60	70	-10	-30	120	-100
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B_i	-80	20	40	-60	-10	20	30	-80	60	70

Задача 74. Построить приближенно статистическую функцию распределения случайной величины α , результаты измерений которой сведены в статистический ряд:

I_i	-4; -3	-3; -2	-2; -1	-1; 0	0; 1	1; 2	2; 3	3; 4
m_i	6	25	72	133	120	88	46	10
p_i^*	0,012	0,05	0,144	0,266	0,24	0,176	0,092	0,02

5.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний умений, навыков

Рейтинговая оценка по данной дисциплине в каждом семестре осуществляется по 100-балльной шкале и складывается из текущих оценок посещаемости занятий, защиты результатов работ, выполняемых на практических занятиях, знаний на промежуточном контроле (тестирование по темам) и итоговой оценки на зачете или экзамене. Формой итогового контроля в 3-м семестре является зачет, в 4-м семестре — экзамен.

Например, в 3-м семестре, заканчивающимся зачетом, текущий контроль оценивается интервалом 40–80 баллов, а итоговый — 0–20 баллов. Сумма баллов текущего и итогового контроля в интервале 60–100 баллов соответствует положительной оценке знаний студента и позволяет преподавателю поставить оценку «Зачет» за семестр. При этом студент, получивший не менее 70 баллов по сумме текущего контроля, может быть освобожден от процедуры сдачи зачета, и при определении рейтинга за семестр к набранной им сумме баллов текущего контроля добавляется 15 баллов.

В случае пропуска занятий студент ликвидирует образовавшуюся задолженность в сроки, устанавливаемые по договоренности с преподавателем. В случае пропуска занятий по уважительной причине, что подтверждается соответствующей справкой из деканата, защита результатов его работы оценивается по обычной шкале баллов, установленной для каждой темы; при этом ему компенсируется оценка посещаемости пропущенных занятий. В случае пропуска занятий по неуважительной причине защита результатов работы оценивается по 10-50%-ной шкале баллов по каждой теме без компенсации оценки посещаемости пропущенных занятий.

Студенты, не сумевшие ликвидировать задолженности в установленные сроки в течение семестра, получают на зачете дополнительные вопросы (задачи для решения) по соответствующим темам.

Если студенту разрешено деканатом заниматься по индивидуальному учебному плану, то в начале семестра совместно с преподавателем устанавливается график защиты результатов его работы по темам в соответствии с учебным планом изучения дисциплины. В случае соблюдения графика его работа оценивается по обычной шкале баллов с компенсацией оценки посещаемости пропущенных занятий, отведенных рабочим учебным планом на изучение соответствующих тем. В случае нарушения установленных сроков он получает на зачете дополнительные вопросы (задачи для решения) по соответствующим темам.

При защите результатов работы по темам дисциплины студент получает положительную оценку только в том случае, если он демонстрирует умение работать с материалами, предъявленными к защите в виде по требованию преподавателя (электронном, бумажном и т.д.).

Оценки, полученные при тестировании по темам дисциплины (от 0 до 100), пересчитываются в шкалу баллов, предусмотренную для соответствующих тем.

Например, в 4-м семестре, заканчивающемся экзаменом, текущий контроль оценивается интервалом 20–60 баллов, а итоговый — 0–40 баллов. Студенты, не сумевшие ликвидировать задолженности в установленные сроки в течение семестра, получают на экзамене дополнительные вопросы (задачи для решения) по соответствующим темам. Экзамен-автомат по данной дисциплине не практикуется.

Нормативы балльно-рейтинговой системы

Поскольку экзамен в 4-м семестре, является итоговым контролем за весь курс обучения, то рейтинговая оценка студента в конце изучения дисциплины учитывает результат, накопленный студентом за оба семестра. При этом складывается суммарный рейтинг за 3-й семестр с рейтингом текущего контроля в 4-м семестре, и эта сумма взвешивается на 60 баллов. Общий рейтинг студента по дисциплине складывается из взвешенной на 60 суммы баллов и суммы баллов, полученных на экзамене

$$R = \left(\frac{\sum_{i=1}^n R_i}{100} + \frac{S_T}{60} \right) \cdot \frac{60}{n+1} + S_{\text{Э}},$$

где R — общий рейтинг студента по дисциплине;

R_i — рейтинг за i -й семестр, закончившийся зачетом;

n — число семестров, закончившихся зачетом ($n = 1$ или 2);

S_T — сумма баллов текущей успеваемости в последнем семестре;

$S_{\text{Э}}$ — балл, полученный на экзамене.

Полученный таким образом рейтинг пересчитывается в традиционную шкалу оценок, выставляемых в ведомость и зачетную книжку, следующим образом:

неудовлетворительно — менее 60 баллов;

удовлетворительно — 60 – 75 баллов;

хорошо — 76 – 90 баллов;

отлично — 91 – 100 баллов.

В течение семестра оценки по всем видам контроля для каждого студента заносятся преподавателем в электронный «Журнал учета посещаемости и успеваемости в группе» по установленному на кафедре образцу. По этим оценкам автоматически определяется рейтинг каждого студента на текущую дату. Для анализа текущей успеваемости и прогноза возможной итоговой успеваемости студента на конец семестра также автоматически определяется относительный рейтинг по сравнению с максимально возможным на эту дату.

Критерии оценивания ответа обучающегося

Высшим баллом «отлично» (зачтено) аттестуется обучающийся, полностью овладевший программным материалом или точно и полно выполнивший практические задания. При этом он проявляет самостоятельность в суждениях, умение представить тезисный план ответа; владение теорией, умение раскрыть содержание проблемы; свободное оперирование научным аппаратом, умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, апеллировать к источникам. Обучающийся, опираясь на межпредметные связи, показывает способность связать научные положения с будущей практической деятельностью; умение делать аргументированные выводы; уверенно, логично, последовательно и грамотно излагать ответ на вопрос.

Оценка «хорошо» (зачтено) ставится, если обучающийся овладел программным материалом, умеет оперировать основными категориями и понятиями изучаемой отрасли знаний, но самостоятельность суждений, знание литературы у него более ограничены. Он умеет представить план ответа; владеет теорией, раскрывающей проблему; умеет иллюстрировать основные теоретические положения конкретными примерами и практики. Вместе с тем допускает ошибки в ходе ответа на вопросы. Умеет делать аргументированные выводы; уверенно, логично, последовательно и грамотно излагает ответ на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» (зачтено) ставится обучающемуся, который в основном знает материал программы, в целом верно выполнил задания, но знания его неполны и поверхностны, самостоятельные суждения отсутствуют. Обучающийся имеет представление о требованиях практики в своей профессиональной области, знает основную литературу, обладает необходимыми умениями. Может оперировать основными понятиями и категориями изучаемой науки, но допускает ошибки в ответе, обнаруживает пробелы в знаниях. Умеет делать выводы; грамотно излагает ответ на вопрос.

Оценка «неудовлетворительно» (не зачтено) ставится, если обучающийся демонстрирует незнание или непонимание учебного материала, не владеет навыками, овладение которыми предусмотрено программой дисциплины, не может выполнить предложенных заданий, не знаком с основной рекомендованной литературой. Это проявляется в отсутствии плана ответа, существенных ошибках при изложении материала, трудностях в практическом применении знаний, неумении сформулировать выводы.

6. Методические рекомендации преподавателям по технологии реализации дисциплины

Чтение лекций по данной дисциплине проводится в форме представления лекционных материалов с использованием специализированных программных сред.

В качестве интерактивных технологий на лекциях применяется лекция «обратной связи» – лекция–беседа, в которой часть материала обсуждается со студентами.

На всех практических занятиях студенты выполняют задания на рабочем месте за персональным компьютером в специализированной программной среде, получая консультацию преподавателя на индивидуальном уровне. При этом используются такие инновационные методы, как визуализация учебного процесса с демонстраций действий преподавателя на дублирующих его рабочее место экранах; применение мультимедийных учебных пособий: электронных версий учебников, задачников и тренажеров. На специально выделяемых занятиях, а также на текущих занятиях для проверки знаний студентов по темам учебной дисциплины используются специально разработанные на кафедре тестовые задания.

В качестве домашних заданий студенты заканчивают работу, выданную на практических занятиях, в основном в среде электронных учебных пособий, а также выполняют индивидуальные задания, выдаваемые по усмотрению преподавателя, с проверкой и обсуждением результата выполнения на следующем занятии.

С целью повышения эффективности учебного процесса, в ходе практических занятий в объеме около 25% учебного времени используются интерактивные технологии такие, как семинар-обсуждение (коллективное обсуждение какого-либо сложного вопроса, выявление мнений в группе); информационно-коммуникационные образовательные технологии (практическое занятие

в форме представления результатов исследовательской деятельности с использованием специализированных программных средств).

В процессе преподавания данной дисциплины преподаватель может использовать следующие технологии:

- при проведении лекционных занятий:
 - лекция,
 - лекции с применением СПС
 - лекция-обсуждение,
- при проведении практических занятий:
 - занятия с применением СПС,
 - кейс-метод,

Лекция

это непосредственный контакт преподавателя с аудиторией для активного вовлечения студентов в учебный процесс.

Лекция с применением СПС

на лекции студенты поводят с применением специальных программных средств разбор предлагаемого преподавателем материала

Лекция с обсуждением

на обсуждение преподаватель наиболее важные или трудные вопросы. Как правило, ситуация представляется устно или в форме визуальной информации, краткой, но достаточной для ее последующего обсуждения.

Занятия с применением СПС

это практические занятия в компьютерных аудиториях с применением специальных программных средств (СПС)

Кейс-метод

это описание ситуации, действительных событий, имевших место в процессе профессиональной деятельности в словах, цифрах и образах, в которых надо предложить варианты действий. (В нашем случае кейс – это «случай», «ситуация»). В данной технологии учебный материал подается студентам в виде проблем (кейсов), а знания приобретаются в результате активной и творческой работы.

Кейсы-случаи — это очень краткие кейсы, описывающие один случай. Кейсы этого типа могут использоваться во время лекции или урока для демонстрации того или иного понятия или как тема для обсуждения. Их можно быстро прочитать, и обычно они не требуют от студентов специальной подготовки до начала занятий. Кейсы-случаи полезны при знакомстве с методом кейсов. Вспомогательные кейсы – основная цель которых – передать информацию. Это интереснее, чем традиционное чтение или изучение раздаточного материала. Студенты гораздо лучше воспринимают информацию, представленную в виде кейса, чем, если бы она была в безличном документе. Типичный вспо-

могательный кейс может быть использован как основа, на базе которой об-суждаются другие кейсы.

Кейсы-упражнения (контекстное обучение) дают студенту возможность при-менить определенные приемы и широко использовать материал кейсов, когда необходим количественный анализ. Манипулировать цифрами в контексте реальной ситуации гораздо интереснее, чем делать простые упражнения.

Кейсы-примеры, где студенту необходимо проанализировать информацию из кейса и выявить наиболее важные связи между различными составляющими. Обычно здесь встает вопрос: почему все произошло неправильно, и как этого можно было избежать.

Кейсы-решения, где студентам необходимо решить, что они будут делать в сложившихся обстоятельствах, и сформулировать план действий. Для этого студенту необходимо разработать ряд обоснованных подходов и потрениро-ваться в выборе подхода, который больше всего нацелен на успех.

Примерная тематика работ

В процессе изучения материала дисциплины студенты выполняют само-стоятельные работы на практических занятиях в компьютерном классе и/или в качестве домашнего задания на следующие темы по выбору преподавателя:

Перечень тем домашних заданий:

1. Элементы комбинаторики. Перестановки. Размещения. Сочетания.
2. Основные понятия теории вероятностей. Случайное событие. Невозмож-ное и достоверное событие. Противоположные события. Совместные и несов-местные события.
3. Классическое определение вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности.
5. Статистическое определение вероятности.
6. Сложение вероятностей несовместных и совместных событий.
7. Умножение вероятностей независимых и зависимых событий. Условная вероятность.
8. Расчет вероятности появления хотя бы одного события
9. Полная группа несовместных событий и формула полной вероятности.
10. Вычисление вероятностей гипотез (формула Байеса)
11. Дискретная случайная величина и способы задания её закона распреде-ления.
12. Функция распределения дискретной случайной величины.
13. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Основные свойства матожидания.
14. Дисперсия дискретной случайной величины. Основные свойства диспер-сии. Стандартное (среднее квадратическое) отклонение.
15. Схема повторных испытаний Бернулли. Биномиальный закон распреде-ления (формула Бернулли).
16. Вычисление вероятности редких событий (формула Пуассона).
17. Непрерывная случайная величина и способы задания её закона распреде-ления.

18. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины.
19. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.
20. Математическое ожидание непрерывной случайной величины.
21. Дисперсия непрерывной случайной величины. Стандартное (среднее квадратическое) отклонение.
22. Нормальный закон распределения (закон Гаусса). Параметры нормального закона распределения.
23. Закон больших чисел.
24. Основные сведения о цепях Маркова.
25. Вариационный ряд и его графическое представление. Ранжирование ряда.
26. Среднее арифметическое вариационного ряда.
27. Дисперсия и стандартное (среднее квадратическое) отклонение вариационного ряда.
28. Мода, медиана, размах и коэффициент вариации вариационного ряда.
29. Понятия генеральной и выборочной совокупности (выборки). Объем генеральной и выборочной совокупности.
30. Выборочный метод, его преимущества и недостатки.
31. Доверительный интервал и доверительная вероятность выборочной средней.
32. Предельное отклонение выборочной средней. Вычисление необходимого объема выборки.
33. Основные сведения о статистических гипотезах.
34. Оценка тесноты и формы связи между случайными переменными в корреляционном и регрессионном анализе.
35. Построение уравнения регрессии методом наименьших квадратов.
36. Уравнения линейной парной регрессии Y по X и X по Y . Коэффициенты регрессии.
37. Линейный коэффициент корреляции. Оценка тесноты корреляционной зависимости.
38. Взаимосвязь коэффициентов регрессии, корреляции и детерминации.
39. Прогноз по линейной парной регрессии.

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекционные и практические занятия) и самостоятельной работы студентов.

7.1. Методические указания по подготовке к занятиям лекционного типа

С целью обеспечения успешного обучения обучающийся должен готовиться к лекции, поскольку она является важнейшей формой организации учебного процесса, поскольку:

- знакомит с новым учебным материалом,
- разъясняет элементы, трудные для понимания,
- систематизирует учебный материал,
- ориентирует в учебном процессе.

Подготовка к занятиям лекционного типа заключается в:

- повторении материала предыдущей лекции,
- формулировке вопросов по материалам предыдущей лекции, которые были не в полной мере поняты обучающимся,
- самостоятельном ознакомлении с содержанием следующей лекции.

7.2. Методические указания по подготовке к занятиям семинарского типа

Особенность занятий семинарского типа объясняется логикой их построения, которой студентам необходимо придерживаться. Цель занятий семинарского типа заключается в закреплении знаний, полученных студентами на лекции и самостоятельной работе над литературой, расширении круга знаний.

При подготовке к занятиям семинарского типа следует:

- повторить материал лекций относящихся к данному семинарскому занятию;
- выучить теоретический материал, основные термины;
- освоить алгоритмы решения задач.

7.3. Методические рекомендации по самостоятельной работе студента

Самостоятельная работа – важная составляющая часть высшего образования. Ее организация во многом определяет эффективность учебного процесса и способствует выработке навыков самообразования.

Самостоятельная работа включает выполнение практических заданий по каждой теме, а также подготовку студентов к практическим занятиям, к зачету и экзамену. Эта подготовка состоит в знакомстве с содержанием учебных пособий, которые указаны в разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины».

7.4. Методические указания по подготовке к занятиям по выполнению контрольных работ

По дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», изучаемой два семестра, проводится две контрольные работы (в каждом семестре по одной контрольной работе). Целью проведения контрольных работ является проверка текущей успеваемости студентов.

При подготовке к занятиям по выполнению контрольных работ необходимо:

- повторить материал всех лекций семестра;

- выучить основные термины;
- повторить алгоритмы решения задач, разбираемых на семинарских занятиях.

7.5. Методические рекомендации по подготовке к зачету

В ходе подготовки к зачету, обучающемуся необходимо повторить материал лекций и проработать основную учебную литературу.

В самом начале учебного курса необходимо ознакомиться со следующей учебно-методической документацией:

- программой по дисциплине;
- перечнем компетенций, которыми студент должен владеть;
- учебно-тематическим планом дисциплины;
- контрольными мероприятиями;
- учебником, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами;
- перечнем вопросов к зачету.

Систематическое выполнение учебной работы на лекционных и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для сдачи зачета.

7.6. Методические рекомендации по подготовке к экзамену

На подготовку к экзамену обучающемуся отводится 27 часов. В ходе подготовки к экзамену, обучающемуся необходимо повторить материал лекций, материал семинарских занятий и проработать основную учебную литературу.

Необходимо ознакомиться с перечнем вопросов к экзамену. На консультации перед экзаменом прояснить все вопросы, которые возникли в ходе подготовки к экзамену.

Систематическое выполнение учебной работы на лекционных и семинарских занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для сдачи экзамена.

7.7. Глоссарий теории вероятностей и математической статистики

Асимметрия - отношение центрального момента третьего порядка к кубу среднеквадратического отклонения.

Бесповторная выборка - выборка, при которой отобранный объект после проведения обследований не возвращается в генеральную совокупность.

Вероятность - это отношение числа благоприятных исходов к общему числу исходов при равенстве событийной ценности (веса) исходов.

Внутригрупповая дисперсия - средняя арифметическая групповых дисперсий, взвешенная по объемам групп.

Выборка - совокупность случайно отобранных из изучаемой совокупности объектов (генеральной выборки).

Выборочное среднее - частное от деления суммы значений всех элементов выборки на число элементов выборки

Гистограмма - ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длиной h , а высоты n .

Групповая дисперсия - дисперсия значений признака, принадлежащих группе, относительно групповой средней.

Групповая средняя - среднее арифметическое значений признака, принадлежащих группе.

Двумерная случайная величина - величина, имеющая два аргумента.

Дискретная случайная величина - величина, принимающая отдельные значения с определенными вероятностями.

Дисперсия случайной величины - математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

Доверительный интервал - интервал, который покрывает неизвестный параметр x с заданной надежностью (вероятностью) p . Доверительный интервал обладает тем свойством, что, во-первых, его границы вычисляются исключительно по выборке (и, следовательно, не зависят от неизвестного параметра), и, во-вторых, он покрывает неизвестный параметр с вероятностью p .

Достоверное событие - событие, которое обязательно произойдет, если будет осуществлена определенная совокупность условий.

Закон распределения случайной величины - соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями.

Интервальная оценка - оценка, которая определяется концами интервала.

Конкурирующая гипотеза - гипотеза противоречащая основной.

Корреляционная зависимость - зависимость, при которой при изменении одной из величин изменяется среднее значение другой.

Корреляционный момент - характеристика связи между двумя случайными величинами.

Коэффициент вариации - выраженное в процентах отношение выборочного среднеквадратического отклонения к выборочной средней.

Коэффициент корреляции - отношение ковариации к произведению среднеквадратических отклонений двух случайных величин.

Критерий Стьюдента - направлен на оценку различий величин средних и двух выборок X и Y , которые распределены по нормальному закону. Одним из главных достоинств критерия является широта его применения. Он может быть использован для сопоставления средних у связанных и несвязанных выборок, причем выборки могут быть не равны по величине.

Критическая область - совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают.

Математическое ожидание - число, относительно которого стабилизируется среднее арифметическое возможных значений случайной величины при достаточно большом количестве испытаний.

Межгрупповая дисперсия - дисперсия групповых средних относительно общей средней.

Метод наименьших квадратов - Задача заключается в нахождении коэффициентов функциональной зависимости исследуемых переменных величин, при которых обеспечивается минимальная дисперсия разницы выборочных

значений и функции, которой аппроксимируют стохастическую зависимость исследуемых переменных. То есть, при данных a и b сумма квадратов отклонений экспериментальных данных от найденной прямой будет наименьшей.

Мода - варианта ряда, которая имеет наибольшую частоту.

Моменты случайных величин - характеристики случайных величин, определяющие математическое ожидание k -й степени отклонения случайной величины.

Непрерывная случайная величина - величина, принимающая значения, сколь угодно мало отличающиеся друг от друга.

Несмещенная оценка - оценка x , математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру x .

Нулевая гипотеза - основная выдвинутая гипотеза.

Общая дисперсия - дисперсия значений признака всей совокупности относительно общей средней.

Плотность распределения вероятностей - вероятность того, что непрерывная случайная величина примет значение на указанном интервале.

Повторная выборка - выборка, при которой отобранный объект возвращается после проведения обследования обратно в генеральную совокупность.

Полигон частот - ломаная линия, отрезки которой соединяют точки (x_1, n_1) .

Производящая функция - функция, определяющая вероятность наступления события при различных вероятностях появления в каждом испытании.

Размах варьирования R - разность между наибольшей и наименьшей вариантой.

Регрессия - представление одной случайной величины как функции другой.

Случайная величина - величина, которая в результате испытания примет одно и только одно значение до опыта неизвестно какое.

Состоятельная оценка - оценка, которая при $n > n_0$ стремится по вероятности к оцениваемому параметру.

Статистическая гипотеза - гипотеза о виде неизвестного распределения, или параметрах неизвестного распределения.

Статистический критерий - случайная величина, служащая для проверки нулевой гипотезы.

Статистическое распределение выборки - перечень вариантов и соответствующих им частот или относительных частот.

Стохастическая зависимость - зависимость, при которой изменение одной из величин влечет изменение другой.

Теорема Лапласа - определение вероятности наступления события в k измерениях из n (при больших k и n).

Теория вероятностей - наука, изучающая общие закономерности случайных явлений массового характера.

Точечная оценка - оценка, которая определяется одним числом.

Условная вероятность - вероятность наступления интересующего нас события, связанная с дополнительными условиями.

Формула Байеса - определение апостериорной (послеопытной) вероятности на основе априорной (доопытной) на основе проведения эксперимента.

Формула Бернулли - определение вероятности наступления события в измерениях из n .

Функция распределения - функция, определяющая вероятность того, что X примет значение меньше x .

Характеристики положения - характеристики, определяющие наиболее возможные значения случайной величины.

Характеристики рассеивания - характеристики, определяющие разброс возможных значений случайной величины.

Центральная предельная теорема - теорема, доказывающая, что суммирование большого числа случайных величин с различными законами распределения приводит в итоге к нормальному распределению.

Экссесс распределения - мера островершинности распределения, величина, определяемая отношением центрального момента четвертого порядка к четвертой степени среднего квадратического отклонения за вычетом тройки. Экссесс показывает, как быстро уменьшается плотность распределения вблизи её максимального значения. Для нормального распределения Гаусса экссесс равен нулю.

Эффективная оценка - такая оценка, которая при заданном объеме выборки n имеет наименьшую возможную дисперсию

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная рекомендуемая литература:

1. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник для вузов / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 352 с. — 5-238-00560-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71075.html>

2. Логинов В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : лекции для студентов, обучающихся по специальности 080100.62 (Экономика) / В.А. Логинов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московская государственная академия водного транспорта, 2013. — 188 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/46854.html>

3. Кацман Ю.Я. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы [Электронный ресурс] : учебник / Ю.Я. Кацман. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский политехнический университет, 2013. — 131 с. — 978-5-4387-0173-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/34722.html>

4. Логинов В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : сборник задач / В.А. Логинов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московская государственная академия водного транспорта, 2016. — 26 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65684.html>

5. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. —

Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456395>.

Дополнительная литература:

1. Вентцель Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей [Текст] : учеб. пособие для высш. техн. учеб. заведений / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 6-е изд., стер. - М. : AcademiA, 2005. - 441 с.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей [Текст] : учебник для вузов / Е. С. Вентцель. - 10-е изд., стер. - М. : AcademiA, 2005. - 572 с.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : Учебное пос. для бакалавров: Рек. М-вом образования и науки РФ в качестве учеб. пос. для студентов вузов / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - М. : Юрайт, 2014. - 479 с.
4. Телепин А. М. Задачи по теории вероятностей для гуманитарных специальностей [Текст] : Учеб. пособие / А.М. Телепин ; Под ред. Ю.К. Щипина. - М. : Изд-во МГСА, 2003. - 44 с.
5. Телепин А.М. Вычисление вероятностей [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.М. Телепин. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский гуманитарный университет, 2014. — 68 с. — 978-5-98079-977-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/39684.html>

Информационные справочные системы:

Электронно-библиотечные системы

№	ЭБС, к которым имеют доступ обучающиеся (на договорной основе)	Описание ЭБС	Используемый для работы адрес
1.	ЭБС издательства «Юрайт»	Электронно-библиотечная система, коллекция электронных версий книг.	http://www.urait.ru/ 100% доступ. Версия для слабовидящих.
2.	ЭБС издательства «Лань»	Электронно-библиотечная система, электронные книги, учебники для ВУЗов.	http://e.lanbook.com/ 100% доступ. Версия для слабовидящих.
3.	ЭБС IPR BOOKS	Современный ресурс для получения качественного образования, предоставляющий доступ к учебным и научным изданиям, необходимым для обучения и организации учебного процесса в нашем учебном заведении.	http://www.iprbookshop.ru/ 100% доступ. Версия для слабовидящих.

Информационные ресурсы открытого доступа и базы данных

№	Описание электронного ресурса	Используемый для работы адрес
1.	Сайт Интернет университета информационных технологий (видео-курсы по дисциплине)	http://www.intuit.ru
2.	Свободная энциклопедия	https://ru.wikipedia.org/wiki/Заглавная_страница

3.	Сервис, предоставляющий услуги видеохостинга (научные и научно-популярные видеофильмы)	http://www.youtube.com
4.	Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»	http://window.edu.ru/
5.	Сайт интернет-тестирования в сфере образования НИИ мониторинга качества образования	http://www.i-exam.ru

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Для материально-технического обеспечения дисциплины используются следующие ресурсы:

1. для проведения занятий лекционного типа используются специальные помещения, укомплектованные специализированной мебелью и оборудованные комплектом презентационного оборудования (стационарного или переносного).

2. для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, для осуществления текущего контроля и промежуточной аттестации используются специальные помещения, укомплектованные специализированной мебелью;

3. помещения для самостоятельной работы студентов: читальный зал библиотеки МосГУ, аудитории №107, №514, №417, №225 (3 учебный корпус), аудитория №16 (1 учебный корпус), аудитория №311 (учебный корпус В), аудитория №35 (2 учебный корпус), укомплектованные специализированной мебелью и оснащенные компьютерной техникой с возможностью выхода в Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

В Университете созданы специальные условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающимися с ограниченными возможностями здоровья. Имеются учебные аудитории, предназначенные для проведения всех видов учебных занятий и самостоятельной работы обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

В качестве лицензионного программного обеспечения используется MS Office.

10. Особенности обучения лиц с ограниченными возможностями здоровья

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с

ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014г. № АК-44/05вн и «Положением об обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья», утвержденным ректором АНО ВО «Московский гуманитарный университет» от 30.05.2018 г.

Подбор и разработка учебных материалов для обучающегося с ограниченными возможностями здоровья производится с учетом их индивидуальных особенностей.

Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному графику.